Prof. Dr. Alfred Toth

Symplerotische Determination semiotischer Dimensionszahlen

1. Um eine gewisse Ordnung in die grosse Menge 3-dimensionaler Zeichenklassen zu bringen, welche sich aus der allgemeinen Form

ZR = (a.3.b c.2.d e.1.f)

mittels der Kombinationen der semiotischen Dimensionszahlen a, c, e ∈ {1, 2, 3} ergibt, wurde in Toth (2009b) zwischen inhärenten und adhärenten Zeichenklassen unterschieden. Bei inhärenten Zeichenklassen richtet sich im Gegensatz zu adhärenten der Wert der Dimensionszahl entweder nach dem triadischen Haupt- oder nach dem trichotomischen Stellenwert jedes Subzeichens. Die betreffenden Operatoren zur Erzeugung inhärenter Zeichenklassen sind

η := dim(a) = W(Trd)

ϑ := dim(a) = W(Trch).

2. Im folgenden präsentiere ich eine weitere Methode zur Unterteilung der Menge der kombinatorisch möglichen Zeichenklassen, und zwar durch symplerotische Determination ihrer Dimensionszahlen. Unter Symplerosis wird nach Toth (2009a) jede der 27 möglichen gruppentheoretischen Operationen verstanden, wobei hier, wie in Toth (2007, S. 37 ff.) gezeigt, sowohl die Verknüpfungen semiotischer Gruppen als auch diejenigen semiotischer kommutativer und sogar nicht-kommutativer Quasigruppen benötigt werden.

Da es für jede der 10 Peirceschen Zeichenklassen 3 homogene Permutationen aus je einer Dimensionszahl

dim(1) = (1.3.b 1.2.d 1.1.f)
dim(2) = (2.3.b 2.2.d 2.1.f)
dim(3) = (3.3.b 3.2.d 3.1.f),

18 inhomogene Permutationen aus je 2 Dimensionszahlen

dim(1, 2) = (1.3.b 1.2.d 2.1.f)	dim(1, 3) = (3.3.b 1.2.d 1.1.f)
dim(1, 2) = (1.3.b 2.2.d 1.1.f)	dim(1, 3) = (3.3.b 1.2.d 3.1.f)
dim(1, 2) = (1.3.b 2.2.d 2.1.f)	dim(1, 3) = (3.3.b 3.2.d 1.1.f)
dim(1, 2) = (2.3.b 1.2.d 1.1.f)	dim(2, 3) = (2.3.b 2.2.d 3.1.f)
dim(1, 2) = (2.3.b 1.2.d 2.1.f)	dim(2, 3) = (2.3.b 3.2.d 2.1.f)
dim(1, 2) = (2.3.b 2.2.d 1.1.f)	dim(2, 3) = (2.3.b 3.2.d 3.1.f)
dim(1, 3) = (1.3.b 1.2.d 3.1.f)	dim(2, 3) = (3.3.b 2.2.d 2.1.f)
dim(1, 3) = (1.3.b 3.2.d 1.1.f)	dim(2, 3) = (3.3.b 3.2.d 2.1.f)
dim(1, 3) = (1.3.b 3.2.d 3.1.f)	dim(2, 3) = (3.3.b 2.2.d 3.1.f)

und 6 inhomogene Permutationen aus je 3 Dimensionszahlen gibt:

dim(1, 2, 3) = (1.3.b 2.2.d 3.1.f)
dim(1, 2, 3) = (1.3.b 3.2.d 2.1.f)
dim(1, 2, 3) = (2.3.b 1.2.d 3.1.f)
dim(1, 2, 3) = (2.3.b 2.2.d 1.1.f)
dim(1, 2, 3) = (3.3.b 1.2.d 2.1.f)
dim(1, 2, 3) = (3.3.b 2.2.d 1.1.f),

entsprechen die Permutationen der Dimensionszahlen pro Zeichenklasse genau den durch die 27 gruppen- und quasigruppentheoretischen Operationen erzeugbaren Parastrophen:

$$\sigma_1: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_2: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_3: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_4: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_5: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_6: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_7: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_8: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_9: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{10}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \sigma_{11}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_{12}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{13}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_{14}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \sigma_{15}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{16}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \sigma_{17}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_{18}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{19}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_{20}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_{21}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{22}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \sigma_{23}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_{24}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{25}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_{26}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_{27}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Man muss sich allerdings bewusst sein, dass vor allem bei den quasigruppentheoretischen Konstruktionen nicht sämtliche regulären Zeichenklassen erzeugt werden (Toth 2007, S. 45), sodass man also die die 27 gruppentheoretischen Operatonen σ_1 ... σ_{27} nur über der Menge der Dimensionszahlen DZ = {1, 2, 3} definieren kann.

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009a)

Toth, Alfred, Inhärente und adhärente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009b)